

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
1.75	01	التمرين الأول: (04 نقاط) (1) تمثيل الحدود
	0.75	- التخمين : (u_n) المتتالية متزايدة تماما ومقاربة نحو (-1)
01	01	(2) البرهان أن $-3 \leq u_n < -1$
0.75	0.25	(3) أ/ تبيان أن $u_{n+1} + 1 \geq \frac{3}{4}(u_n + 1)$.
	0.25	ب/ استنتاج أن $u_n + 1 \geq -2\left(\frac{3}{4}\right)^n$
	0.25	- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -1$
0.5	0,25	(4) - اثبات أن $8\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1\right] \leq (u_0 + 1) + (u_1 + 1) + \dots + (u_n + 1) < 0$
	0.25	- مما سبق نجد $S_n < -n - 1$ ومنه $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = -\infty$
2.5	01	التمرين الثاني: (04 نقاط)
	0.75	(1) أ) $\overline{OA}(1;1;3)$ ، $\overline{OB}(1;0;2)$ لدينا $\frac{1}{1} \neq \frac{0}{1}$ إذن \overline{OA} و \overline{OB} غير مرتبطان خطيا.
	0.75	ب) $\vec{n} \cdot \overline{OA} = 0$ و $\vec{n} \cdot \overline{OB} = 0$ يعني \vec{n} شعاع ناظمي للمستوي (OAB) $(OAB): 2x + y - z = 0$
01	0,5	(2) - $M \in (\Delta)$ يكافئ $\begin{cases} 2x + 2y + 6z - 11 = 0 \\ 2x + 4z - 5 = 0 \end{cases}$
	0,5	المستوي المحوري لـ $[OB]$ $(p_1): 2x + 4z - 5 = 0$ المستوي المحوري لـ $[OA]$ $(p_2): 2x + 2y + 6z - 11 = 0$ ومنه $(\Delta) = (p_1) \cap (p_2)$
		- التمثيل الوسيطى $(\Delta): \begin{cases} x = \frac{5}{2} - 2t \\ y = 3 - t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

0,5	0,25 0,25	<p>(3) - $M \in (\Delta)$ يكافئ : $M \in (P_1)$ و $M \in (P_2)$ يكافئ : $OM = AM$ و $OM = BM$ يكافئ : $OM = BM = AM$ - Ω مركز الدائرة (C) يكافئ ($\Omega \in (OAB)$ و $\Omega A = \Omega B = \Omega O$) يكافئ ($\Omega \in (OAB)$ و $\Omega \in (\Delta)$) $\Omega \left(-\frac{1}{6}; \frac{5}{3}; \frac{4}{3} \right)$</p>
1,5	1,5	<p>التمرين الثالث (05 نقاط): I. مجموعة حلول المعادلة هي $S = \{1+i; 1-i; \sin \theta + i \cos \theta; \sin \theta - i \cos \theta\}$</p>
1,25	0,5 0,25 0,25 0,25	<p>II (1) $z_A = \sqrt{2} e^{i \frac{\pi}{4}}$ ؛ $z_B = \sqrt{2} e^{-i \frac{\pi}{4}}$ ؛ $z_C = e^{i \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)}$ ؛ $z_D = e^{i \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right)}$</p>
1,5	0,5 0,75 0,25	<p>(2) $z_E = e^{i \frac{\pi}{2}}$ $z_C = z_D = z_E = 1$ أي النقط C، D و E تنتمي إلى الدائرة التي مركزها مبدأ المعلم O و طول نصف قطرها 1 .</p>
0,5	0,5	<p>(3) $z_B - z_A = (2\sqrt{2} - 2) e^{i \frac{\pi}{4}} (z_C - z_A)$ إذن $e^{i \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)} = e^{i \frac{5\pi}{4}}$ و منه $\theta = \frac{-3\pi}{4}$</p>
0,25	0,25	<p>(4) $\frac{3\pi}{4}n = \frac{\pi}{2} + k\pi$ أي $n \equiv 2[4]$ و منه $n = 4k + 2$; $k \in \mathbb{Z}$</p>
0,75	0,25	<p>التمرين الرابع: (07 نقاط): (1) أ/ f مستمرة عند 0 من اليمين.</p>
	0,5	<p>ب/ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h} = +\infty$ و منه (C_f) يقبل نصف مماس عمودي.</p>
	0,75	<p>(2) أ/ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$</p>
2,5	0,5 0,5	<p>ب/ $f'(x) = 1 + \frac{1}{x(\ln x)^2}$ و منه الدالة f متزايدة تماما على $]0; 1[$ و على $]1; +\infty[$</p>

		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td colspan="2">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$
x	0	1	$+\infty$											
$f'(x)$	+		+											
$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$											
	0,25	(3) $y = x + 1$ هي معادلة للمستقيم (Δ) المقارب المائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$												
0.75	0,5	- الوضع النسبي: في المجال $]0;1[$ يكون المنحني (C_f) أعلى (Δ) و في المجال $]1;+\infty[$ يكون المنحني (C_f) أسفل (Δ)												
	0,5	(4) $f(\alpha) = 0$ حيث $1.49 < \alpha < 1.5$ (مبرهنة القيم المتوسطة)												
01	0,5	- معادلة المماس في النقطة ω : $y = \left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha}\right)(x - \alpha)$												
		(5)												
0.75	0,75													
	0,5	(6) $h'(x) = \ln x$ و منه h متزايدة تماما على $]1;+\infty[$ و $h(1) = 0$ اذن $h(x) \geq 0$												
01	0,25	ب/ $f(x) - x + \frac{1}{x \ln x} = \frac{h(x)}{x \ln x}$												
	0,25	- استنتاج أن: $x - \frac{1}{x \ln x} < f(x) < x + 1$												
		(7) لدينا: $\int_{\alpha}^e \left(x - \frac{1}{x \ln x}\right) dx < \mathcal{A} < \int_{\alpha}^e (x + 1) dx$												
0,25	0,25	و منه: $\frac{1}{2}(e^2 - \alpha^2) - \ln(\alpha + 1) < \mathcal{A} < \frac{1}{2}(e - \alpha)(e + \alpha + 2)$												

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
مجموع	مجزأة											
1.5	2x0.5 0.5	التمرين الأول: (04 نقاط) 1- $\alpha = 2018$ و $\beta = 2017$ $p \gcd(\beta, \frac{\alpha}{2}) = 1$										
1	2x0.5	2- $(x, y) = (2017k + 2, 1009k + 1) / k \in \square$										
0.5	0.5	3- $a = 2035153k + 2019$ مع $k \in \square$										
1	0.75 0.25	4- أ. دور بواقي القسمة هو 3 و البواقي هي 4, 7, 1 ب. $42L = 7^{2019} - 7$ - باقي القسمة هو 3.....										
0.75	0.25x3	التمرين الثاني: (04 نقاط) 1- $p(C) = \frac{8}{126}$ ، $p(B) = 1$ ، $p(A) = \frac{5}{126}$										
3.25	0.5 4x0.5 0.5 0.25	2- أ) $X \in \{0, 1, 2, 3\}$ قانون احتمال <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>X_i</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$p(X_i)$</td> <td>$\frac{6}{126}$</td> <td>$\frac{45}{126}$</td> <td>$\frac{60}{126}$</td> <td>$\frac{15}{126}$</td> </tr> </table> ب) $E(X) = \frac{210}{126} = \frac{5}{3}$ ج) $p(X^2 - X > 0) = \frac{75}{126} = \frac{25}{42}$	X_i	0	1	2	3	$p(X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$
X_i	0	1	2	3								
$p(X_i)$	$\frac{6}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{15}{126}$								
0.5	0.5	التمرين الثالث: (05 نقاط) 1) $m \in]1, 5[$										
1	2x0.5	2) $s = \{-2 + i, -2 - i\}$										
0.5	0.5	3) $\alpha = -2 + \sqrt{3}$										
1.5	0.5 0.75 0.25	4) كتابة العدد $\frac{z_c - z_E}{z_A - z_B} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ أ) $(AB) \perp (EC)$ ب) $CA = CB = CE$ دائرة مركزها C و نصف قطرها 2										

1.5	0.5x2 0.5	<p>(5 أ) $a = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ، وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.</p> <p>(ب) لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC هي $-2 + \frac{\sqrt{3}}{3}$</p> <p>و بما ان $r(G) = G$ اذن G مركز الدوران</p>
0.75	0.5 0.25	<p>التمرين الرابع (07 نقاط):</p> <p>(I) 1 لدينا $g'(x) = \frac{(2x^3 + 2x^2 + x + 1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$</p> <p>- بيان أن: $g'(x) = \frac{(x+1)(2x^2+1)}{x^2} e^{-\frac{1}{x}}$</p> <p>- اتجاه تغير g : متزايدة تماما على $]0; +\infty[$.</p>
1	0.5 0.5	<p>(2) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $0,9 < \alpha < 1$.</p> <p>- اشارة $g(x)$</p>
1.75	0.25x2 0.75 0.25 0.25	<p>(II) 1 أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$</p> <p>(ب) اثبات أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$</p> <p>- استنتاج اتجاه التغير</p> <p>- جدول التغيرات</p>
0.75	0.5 0.25	<p>(2) تبيان أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x e^{-\frac{1}{x}} - x \right) = \lim_{t \rightarrow +\infty} -\frac{e^t - 1}{t} = -1$</p> <p>- استنتاج أن $y = x$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C_f)</p>
0.75	0.25 0.25 0.25	<p>(3) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$</p> <p>- $h'(x) = \frac{1}{x^2} \left(e^{-\frac{1}{x}} - 1 \right)$ متناقصة تماما على $]0; +\infty[$</p> <p>- اذن من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $h(x) > 0$</p>
0.5	0.25 0.25	<p>(ب) التحقق أن : $f(x) - x = (1+x)h(x)$</p> <p>- استنتاج الوضع النسبي : (C_f) فوق (Δ)</p>
0.75	0.75	<p>(4) الرسم (Δ) و (C_f)</p>

0.75	0.5 0.25	<p>(5 أ) $u_n = e^{-n}$ ، هندسية أساسها $q = \frac{1}{e}$ و $u_1 = \frac{1}{e}$</p> <p>ب) لدينا: $\frac{n}{n+1} f\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n+1} = u_n + (n-1)$</p> <p>ومنه $s_n = (u_1 + u_2 + \dots + u_n) + (0+1+\dots+(n-1))$ أي $s_n = \frac{1-e^{-n}}{e-1} + \frac{n}{2}(n-1)$</p>
------	-----------------	---